第 5 講　さまざまな試行と確率，期待値

PART1　独立な試行の確率

例題

(1)　さいころを 2 回続けて投げるとき，1 回目は 2 の倍数，2 回目は 3 以上の目が出る確率を求めよ。

(2)　A の袋には白玉 6 個，黒玉 4 個，B の袋には白玉 7 個，黒玉 3 個が入っている。A の袋から 3 個，B の袋から 2 個の玉を取り出すとき，取り出した玉の色がすべて同じである確率を求めよ。

Point Pickup

練習

(1) さいころを続けて 3 回投げるとき，次の確率を求めよ。

(i) 出る目が順に 1，2，3 である確率　(ii) 少なくとも 1 回は 3 の倍数が出る確率

(2) A の袋には赤玉 7 個，青玉 4 個，B の袋には赤玉 6 個，青玉 5 個が入っている。A，B の袋から 2 個ずつ玉を取り出すとき，取り出した玉が赤玉 2 個，青玉 2 個になる確率を求めよ。

第５講　PART1　確認問題

1　さいころを続けて３回投げるとき，出る目が順に２，４，６である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イウエ}}}$ である。また，少なくとも１回は偶数の目が出る確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

2　Ａの袋には赤玉６個，青玉３個，Ｂの袋には赤玉５個，青玉４個が入っている。Ａ，Ｂの袋から２個ずつ玉を取り出すとき，取り出した玉が赤玉２個，青玉２個になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

第 5 講　さまざまな試行と確率，期待値

PART1　独立な試行の確率

例題

(1)　さいころを 2 回続けて投げるとき，1 回目は 2 の倍数，2 回目は 3 以上の目が出る確率を求めよ。

(2)　A の袋には白玉 6 個，黒玉 4 個，B の袋には白玉 7 個，黒玉 3 個が入っている。A の袋から 3 個，B の袋から 2 個の玉を取り出すとき，取り出した玉の色がすべて同じである確率を求めよ。

(1)　さいころを投げる各回の試行は独立である。

1 回目に 2 の倍数，2 回目に 3 以上の目が出る確率は $\frac{3}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{1}{3}$

(2)　A から玉を 3 個取り出す試行と，B から玉を 2 個取り出す試行は独立である。

取り出した玉の色がすべて同じであるのは

[1]　A から白玉 3 個，B から白玉 2 個を取り出す

[2]　A から黒玉 3 個，B から黒玉 2 個を取り出す

のいずれかの場合であり，これらの事象は排反である。

[1] の確率は $\frac{{}_6C_3}{{}_{10}C_3}\times\frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{7}{90}$　　[2] の確率は $\frac{{}_4C_3}{{}_{10}C_3}\times\frac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{1}{450}$

よって，求める確率は $\frac{7}{90}+\frac{1}{450}=\frac{2}{25}$

練習

(1)　さいころを続けて 3 回投げるとき，次の確率を求めよ。

(i)　出る目が順に 1，2，3 である確率　　(ii)　少なくとも 1 回は 3 の倍数が出る確率

(2)　A の袋には赤玉 7 個，青玉 4 個，B の袋には赤玉 6 個，青玉 5 個が入っている。A，B の袋から 2 個ずつ玉を取り出すとき，取り出した玉が赤玉 2 個，青玉 2 個になる確率を求めよ。

(1)　さいころを投げる各回の試行は独立である。

(i)　出る目が順に 1，2，3 である確率は　$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$

(ii)　「少なくとも 1 回は 3 の倍数が出る」事象は，「3 回とも 3 の倍数以外の目が出る」事象の余事象である。

3 回とも 3 の倍数以外の目が出る確率は $\frac{4}{6}\times\frac{4}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{8}{27}$

よって，求める確率は $1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}$

(2)　A から玉を 2 個取り出す試行と，B から玉を 2 個取り出す試行は独立である。

取り出した玉が赤玉 2 個，青玉 2 個になるのは

[1]　A から赤玉 2 個，B から青玉 2 個を取り出す

[2]　A から赤玉 1 個と青玉 1 個，B から赤玉 1 個と青玉 1 個を取り出す

[3]　A から青玉 2 個，B から赤玉 2 個を取り出す

のいずれかの場合であり，これらの事象は互いに排反である。

[1] の確率は $\frac{{}_7C_2}{{}_{11}C_2}\times\frac{{}_5C_2}{{}_{11}C_2}=\frac{42}{605}$

[2] の確率は $\frac{{}_7C_1\times{}_4C_1}{{}_{11}C_2}\times\frac{{}_6C_1\times{}_5C_1}{{}_{11}C_2}=\frac{168}{605}$

[3] の確率は $\frac{{}_4C_2}{{}_{11}C_2}\times\frac{{}_6C_2}{{}_{11}C_2}=\frac{18}{605}$

よって，求める確率は $\frac{42}{605}+\frac{168}{605}+\frac{18}{605}=\frac{228}{605}$

第 5 講　PART1　確認問題 解答

1　**[正解]** ア：1，イウエ：216，オ：7，カ：8

[解説]

さいころを投げる各回の試行は独立である。

出る目が順に 2，4，6 である確率は

$$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\boldsymbol{\frac{1}{216}}$$ [A]

「少なくとも 1 回は偶数の目が出る」事象は，

「3 回とも奇数の目が出る」事象の余事象である。

3 回とも奇数の目が出る確率は

$$\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{8}$$ [A]

よって，求める確率は

$$1-\frac{1}{8}=\boldsymbol{\frac{7}{8}}$$

[A]　独立な試行の確率
2 つの試行 S，T が独立であるとき，S で事象 A が起こり，T で事象 B が起こる確率 p は
$p=P(A)\times P(B)$
3 つ以上の独立な試行についても同様の等式が成り立つ。

2 [正解] キク：10，ケコ：27

[解説]

Ａから玉を２個取り出す試行と，

Ｂから玉を２個取り出す試行は独立である。

取り出した玉が赤玉２個，青玉２個になるのは

[1]　Ａから赤玉２個，Ｂから青玉２個を取り出す

[2]　Ａから赤玉１個と青玉１個，Ｂから赤玉１個と青玉１個を取り出す

[3]　Ａから青玉２個，Ｂから赤玉２個を取り出す

のいずれかの場合であり，これらの事象は互いに排反である。

[1]の確率は　$\dfrac{{}_6C_2}{{}_9C_2}\times\dfrac{{}_4C_2}{{}_9C_2}=\dfrac{90}{1296}$ [B]

[2]の確率は　$\dfrac{{}_6C_1\times{}_3C_1}{{}_9C_2}\times\dfrac{{}_5C_1\times{}_4C_1}{{}_9C_2}=\dfrac{360}{1296}$

[3]の確率は　$\dfrac{{}_3C_2}{{}_9C_2}\times\dfrac{{}_5C_2}{{}_9C_2}=\dfrac{30}{1296}$

よって，求める確率は

$$\frac{90}{1296}+\frac{360}{1296}+\frac{30}{1296}=\mathbf{\frac{10}{27}}$$

[B]　独立な試行の確率
２つの試行Ｓ，Ｔが独立であるとき，ＳでＡが起こり，Ｔで事象Bが起こる確率pは
$p=P(A)\times P(B)$
３つ以上の独立な試行についても同様の等式が成り立つ。